Name: AP 2009 / A II | Klasse | Datum | Seite | Blatt

1.1 (5)

$x^2 + a = 0 \Leftrightarrow x^2 = -a$

• $a > 0$: $D_a = \mathbb{R}$; keine Lücken / Polstellen

• $a < 0$: $D_a = \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{-a}\}$; $x_{1/2} = \pm\sqrt{-a}$ Polstellen m. VZW

1.2 (7)

: $f_a(-x) = \frac{-2ax}{(-x)^2 + a} = -\frac{2ax}{x^2+a} = -f_a(x) \Rightarrow$ PSym. zum Ursprung

: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f_a(x) = 0^{\pm}$

• Waagr. Asymptote: $y = 0$ (f. alle a)

: Senkr. Asymptoten: $x_{1/2} = \pm\sqrt{-a}$ für $a < 0$

1.3 (7)

: $f_a'(x) = \frac{(x^2+a)\cdot 2a - 2ax \cdot 2x}{(x^2+a)^2} = \frac{2ax^2 + 2a^2 - 4ax^2}{(x^2+a)^2} = \frac{2a^2 - 2ax^2}{(x^2+a)^2} = 2a\frac{-x^2+a}{(x^2+a)^2}$

$-x^2 + a = 0 \Leftrightarrow x^2 = a$

: $x_{1/2} = \pm\sqrt{a} = x_{E1/2}$ Nur für $a > 0$

• $x_{TIP} = -\sqrt{a}$; $x_{HOP} = \sqrt{a}$

		$-\sqrt{a}$		$\sqrt{a}$	
Z(x)	−	0	+	0	−
N(x)	+	+	+	+	+
f'	−	0	+	0	−
	smf	TIP	sms	HOP	smf

1.4.1 (3)

$D_4 = \mathbb{R}$; $x_{HOP} = \sqrt{4} = 2$; $x_{TIP} = -2$

$f_4(x) = \frac{8x}{x^2+4}$; $f_4(2) = \frac{16}{8} = 2 \Rightarrow$ HOP(2|2) ; TIP(−2|−2) (Sym.)

1.4.2 (10)

$f_4'(x) = 8 \cdot \frac{-x^2+4}{(x^2+4)^2}$; $f_4''(x) = 8 \cdot \frac{(x^2+4)^2 \cdot (-2x) - (-x^2+4)(x^2+4)\cdot 2 \cdot 2x}{(x^2+4)^4}$

$= 8\,\frac{-(x^2+4)\cdot 2x - 4x(-x^2+4)}{(x^2+4)^3} =$

$= 8 \cdot \frac{-2x(x^2+4+2x^2+8)}{(x^2+4)^3} = \frac{+16x(x^2-12)}{(x^2+4)^3}$ (3)

$x_1 = 0$; $x_{2/3} = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$ einf. m. VZW

		$-\sqrt{12}$		0		$\sqrt{12}$	
Z(x)	−	0	+	0	−	0	+
G_f	re	WP	li	WP	re	WP	li

(2)

$f(\sqrt{12}) = \frac{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{12}}{12+4} = \sqrt{3}$

$f(0) = 0$

• $WP_1(-\sqrt{12} \mid -\sqrt{3})$ (Sym) ; $WP_2(0|0)$; $WP_3(\sqrt{12} \mid \sqrt{3})$

• rekr in $]-\infty; -\sqrt{12}]$ und $[0; \sqrt{12}]$

• likr in $[-\sqrt{12}; 0]$ und $[\sqrt{12}; \infty[$

Name	Klasse	Datum		Seite
AP 2009 / A II				Blatt

1.4.4 (3) $D_F = \mathbb{R}$; $F'(x) = 4 \cdot \frac{1}{x^2+4} \cdot 2x = \frac{8x}{x^2+4} = f_4(x)$

1.4.5. (5) $A = \int_0^2 f_4(x)\,dx - A_\Delta = \left[F(x)\right]_0^2 - A_\Delta = 4\ln(8) - 4(\ln(4)) - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2$

$= 4\cdot \ln\left(\frac{8}{4}\right) - 2 = -2 + 4\ln(2) \approx 0{,}77_{259}$ $\qquad G_f$

1.4.6 (4) $f_4'(0) = 2$ ist Steigung der Wendetangente $\Rightarrow m \geq 2$

$y = 0$ ist waagr. Tang. $\Rightarrow m \leq 0$ also $m \in \mathbb{R} \setminus]0; 2[$

$s(t) = 15e^{-0{,}2t} \cdot \cos(3{,}927\,t)$; $t \geq 0$ $\qquad$ Alle Berechn. im RAD – Modus (TR)!

2.1. (2) $s(0{,}3) = 15\,e^{-0{,}2\cdot 0{,}3} \cdot \cos(3{,}927\cdot 0{,}3) = 5{,}406$

$s_{max} = s(0) = 15$

2.2. (6) $\cos(3{,}927\cdot t) = 0 \Leftrightarrow 3{,}927\cdot t = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{2\cdot 3{,}927} = 0{,}400$

$p = \frac{2\pi}{3{,}927} = 1{,}600 \Rightarrow$ Nullstellen alle $\frac{p}{2} = 0{,}800$

Δt = konst, da vom cos-Teil verursacht

2.3 (4) $v(t) = 15\cdot e^{-0{,}2t}\cdot(-0{,}2)\cdot\cos(3{,}927\cdot t) - 15e^{-0{,}2t}\cdot\sin(3{,}927\,t)\cdot 3{,}927$

$= 15\,e^{-0{,}2t}\left[-0{,}2\cos(3{,}927\cdot t) - 3{,}927\cdot\sin(3{,}927\cdot t)\right]$

$v(0{,}3\,s) = 15\cdot e^{-0{,}06}\left(-0{,}2\cos(1{,}178) - 3{,}927\cdot\sin(1{,}178)\right) = -52{,}333$

Bewegung entgegen der pos. gewählten Elongation

2.4 (9) $s(0{,}3) = 5{,}400$ liegt in der Nähe von 6

$s(t) = 6 \Leftrightarrow s(t) - 6 = f(t) = 0$ mit $f'(t) = v(t)$ und $t_0 = 0{,}3$

$t_1 = t_0 - \frac{s(t_0) - 6}{v(t_0)} = 0{,}3 - \frac{5{,}400 - 6}{-52{,}333} = 0{,}289$

$t_2 = t_1 - \frac{s(t_1) - 6}{v(t_1)} = 0{,}289 - \frac{5{,}978 - 6}{-51{,}568} = 0{,}289$

Kein weiterer Schritt bei 3 Nachkomma-Stellen erforderlich